TP N°4

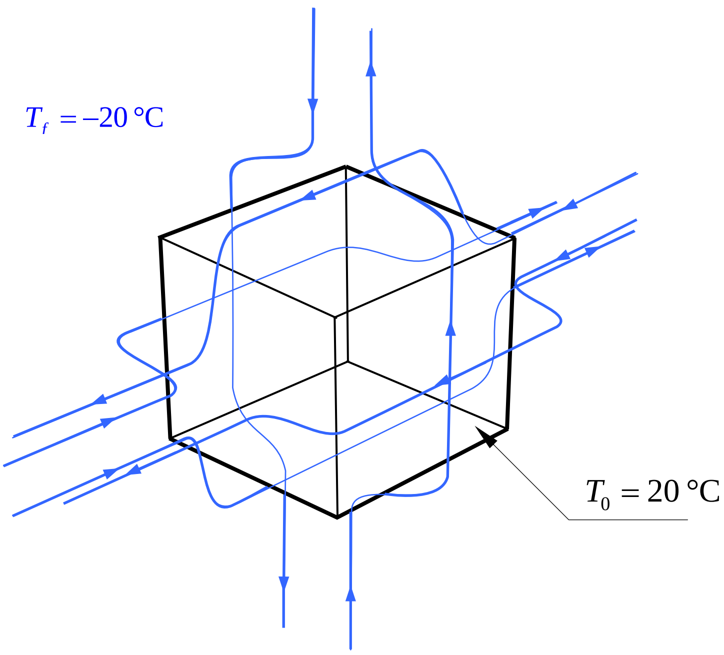
Convection naturelle dans un milieu à température uniforme

OBJECTIF

Il s'agit ici de mettre en données un problème de convection naturelle avec transition de phase.
Dans un premier temps, l'application du premier principe de la thermodynamique permettra d'établir les équations différentielles associées à la solidification d'un liquide et à la libération d'énergie due à la chaleur latente.
Dans un second temps, la mise en données du problème dans LS-DYNA permettra d'obtenir la solution éléments finis et de confronter les deux approches

1 Convection naturelle dans un milieu à température uniforme -Transition de phase liquide-solide

Soit un cube d'eau de côtés noté $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$ à une température initiale $T_0 = 20\,°\mathrm{C}$. Il est refroidit par convection sur ses 6 faces et placé dans un environnement porté à une température de $T_f = -20\,°\mathrm{C}$.



Par application du premier principe de la thermodynamique (bilan d'énergie), il vient :

$$\varphi_{entrant} + \varphi_{généré} = \varphi_{sortant} + \varphi_{stocké} \tag{1}$$

Où les ϕ représentent respectivement les flux de chaleurs entrant (conduction, convection et irradiation), généré (source mécanique, chimique, électrique, nucléaire), sortant et stocké. Dans cette étude :

$$\varphi_{généré} = 0 \tag{2}$$

1. Dans notre cas, le transfert de chaleur s'effectue par convection, on utilise alors la loi de Newton :

$$\varphi_{entrant} = -hS\left(T - T_{\infty}\right) \tag{3}$$

Où h est le coefficient de transfert de chaleur par convection (W.m^{-2}.°C^{-1}), T la température à la surface *S* à travers laquelle le flux est appliqué et T_{∞} la température du fluide (loin de la surface *S*).

Le flux de chaleur stocké au sein du fluide est donné par la relation générale :

$$\varphi_{stocké} = \rho V c_p \frac{dT}{dt} \tag{4}$$

Où ρ et V représentent respectivement la masse volumique et le volume, t représente la variable temporelle et c_p est la chaleur spécifique à pression constante (on considère que le fluide se trouve à la surface de la terre à pression atmosphérique constante) :

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \tag{5}$$

H est l'enthalpie du système. On obtient alors l'équation différentielle régissant le refroidissement par convection du cube (sans changement de phase) :

$$-hS\left(T - T_{\infty}\right) = \rho c_p V \frac{dT}{dt} \tag{6}$$

Résoudre l'équation différentielle (la température initiale du cube est notée T_0).

2. A partir de la solution analytique de cette équation différentielle, exprimer le temps nécessaire pour refroidir le cube d'eau de T_0 à une température T dans un milieu à une température T_{∞}.

3. Peut-on utiliser cette relation pour calculer le temps nécessaire pour refroidir le cube d'eau de T_0 (20°C) à T_f (-20°C) ?

4. On note T_λ la température de transition liquide-solide, en déduire l'expression du temps nécessaire pour refroidir le cube d'eau de T_0 (20°C) à T_λ (0°C). Application numérique.

5. On appelle chaleur latente ΔH_λ l'énergie échangée lors du changement de phase solide$\rightarrow$liquide. La chaleur ne sera libérée qu'ultérieurement (latente : qui se manifeste plus tard). Ainsi la chaleur latente provoque un changement de phase sans pour autant provoquer un changement de température. L'équation différentielle régissant ce phénomène est obtenu en considérant, une fois de plus, le premier principe de la thermodynamique, soit :

$$-hS\left(T - T_\infty\right) = \rho V \frac{dH}{dt} \tag{7}$$

Appliquer cette relation à notre cas, i.e. pour la transition liquide$\rightarrow$solide à T_λ. Exprimer le temps nécessaire au changement de phase. Application numérique.

6. Utiliser alors la relation obtenue à la question 3 pour exprimer le temps nécessaire pour passer de la température T_λ (0°C) à T_f (-20°C). Application numérique.

7. Applications numériques. Calculer le temps total nécessaire pour refroidir le cube d'eau de T_0 à T_f (-20°C).

8. Mettre en données le problème avec LS-DYNA par l'intermédiaire du fichier phase.dyn. Comparer les solutions éléments finis et les solutions analytiques des questions 4 à 7.

Données numériques :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3,\ c_p = 2000 \text{ J.kg}^{-1}.°\text{C}^{-1},\ \Delta H_\lambda = 300000 \text{ J/kg}$$
$$h = 100 \text{ W.m}^{-2}.°\text{C}^{-1}$$

2 Conclusions

Vous conclurez sur les compétences que vous pensez avoir acquises à la fin de l'exercice. Vous noterez les notions essentielles retenues ainsi que les points à éclaircir pour une parfaite compréhension des calculs menés.